

# 基于三角网格曲面的机器人磨削工具姿态光顺优化\*

金鑫<sup>①②</sup> 刘其广<sup>①②</sup> 吕杰<sup>①②</sup> 徐飞飞<sup>①②</sup> 孙晓楠<sup>①②</sup>

(<sup>①</sup>中国航发北京航空材料研究院, 北京 100095;

<sup>②</sup>北京市先进运载系统结构透明件工程技术研究中心, 北京 100095)

**摘要:**目前, 网格曲面机械人磨削理论得到了广泛研究, 但现有方法所产生的磨削工具姿态往往存在光顺性差、未能兼顾网格曲面局部微分特性等问题, 为此, 提出了一种基于网格曲面和四元数插值的机器人磨削工具姿态光顺优化算法。首先, 通过对网格曲面法矢进行估计, 并对网格曲面局部几何特征进行拟合获得相应的曲率信息, 实现网格曲面局部微分特性的重构; 然后, 综合考虑磨削曲面的曲率信息, 在曲率较大的关键路径点处进行磨削工具姿态的指定, 并采用四元数插值在指定的姿态间生成光顺变化的过渡姿态, 以提高磨削过程的运动平稳程度和磨削表面的均匀性。仿真结果和加工实例表明, 该算法能够产生光顺性良好和过渡均匀的磨削工具姿态, 并且能够很好地适应网格曲面的曲率变化, 保证了磨削过程的平稳性和磨削效果的均匀性。

**关键词:** 机器人磨削; 姿态光顺; 四元数插值; 三角网格曲面

中图分类号: TP391 文献标识码: A

DOI: [10.19287/j.mtmt.1005-2402.2022.09.007](https://doi.org/10.19287/j.mtmt.1005-2402.2022.09.007)

## Robotic grinding posture smoothing optimization for triangular mesh surface

JIN Xin<sup>①②</sup>, LIU Qiguang<sup>①②</sup>, LV Jie<sup>①②</sup>, XU Feifei<sup>①②</sup>, SUN Xiaonan<sup>①②</sup>

(<sup>①</sup>AECC Beijing Institute of Aeronautical Materials, Beijing 100095, CHN; <sup>②</sup>Beijing Engineering Research Center of Advanced Structural Transparencies for the Modern Traffic System, Beijing 100095, CHN)

**Abstract:** At present, robotic grinding theory for mesh surfaces has been widely studied. However, existing methods often have the problem of poor smoothness, as well as neglecting the local differential characteristics of mesh surfaces. Therefore, in this paper, a robotic grinding posture smoothing optimization algorithm based on mesh surface and quaternion interpolation is proposed. Firstly, the local differential characteristics of mesh surface is reconstructed by estimating the normal vector of mesh surface and fitting the local geometric characteristics of mesh surface, in order to obtain the corresponding curvature information. Then, identification of key areas of the grinding process is conducted on basis of the obtained local differential characteristics, and key grinding postures are assigned at those grinding points with locally maximum curvature. Next, the technique of quaternion interpolation is performed among those assigned grinding postures to optimize motion smoothness and to improve the uniformity of grinding. The simulation experiment and practical grinding test have been carried out, and the results show that the proposed algorithm can generate smoother grinding postures along the path with less fluctuation, and can accommodate well with the changes of curvature on triangular surface, which ensures the smoothness of grinding and the uniformity of the surface after grinding.

**Keywords:** robotic grinding; posture smoothing; quaternion interpolation; triangular mesh surface

\* 国家自然科学基金“高性能航空透明件双机器人自适应协同加工系统的基础理论与关键技术研究”(91948203)

三角网格曲面由于拓扑结构简单和计算效率高等优点<sup>[1]</sup>,在汽车、船舶和模具等领域得到广泛应用。尤其随着数控加工领域针对网格曲面刀位轨迹生成方法研究的深入<sup>[2-7]</sup>,针对基于三角网格曲面表示的工件磨削、平整需求也日益增多。然而,作为分片线性曲面,三角网格曲面缺少连续的法矢及曲率等局部微分几何信息;加之网格曲面作为真实模型的逼近曲面,存在精度损失的问题。因此,为了保证磨削过程的平稳性和磨削质量的均匀性,在利用机器人对三角网格曲面表示的工件进行磨削处理时,如何综合考虑网格曲面的局部微分特性,设计出相应的磨削工具姿态光顺优化算法,从而产生光顺性良好和过渡均匀的磨削工具姿态,成为目前亟需解决的问题。

在数控加工中,为解决三角网格曲面缺少连续的法矢及曲率的问题,不少研究学者给出了相对成熟的解决方案。在计算三角网格节点处的单位法矢时,常见的做法是对该节点周围的三角面片的法矢做面积加权平均<sup>[1,3]</sup>,或考虑周围的三角面片形状等因素采用角度正弦加权等加权方式予以改进<sup>[4,8]</sup>。另外,为了对曲面凹凸性判别及加工工具姿态进行合理规划,需要对节点处的曲率信息进行合理估计。相较于采用 Taubin 方法<sup>[9]</sup>、基于多截形法的曲率估计<sup>[3]</sup>即 Voronoi 方法<sup>[10]</sup>等策略,本文中采用对局部顶点进行精确的参数曲面拟合的方式来进行曲率估计<sup>[4]</sup>,该方式在操作和可控性上显得更为灵活,能够更好地为基于网格曲面的机器人磨削工具姿态光顺优化算法提供必要的曲面信息的支持。

另一方面,数控加工中在对加工工具姿态进行优化时,通常采用基于启发式算法<sup>[11]</sup>、最短路径算法<sup>[12]</sup>、样条拟合<sup>[13]</sup>或径向基函数插值<sup>[14]</sup>的方式来实现加工工具姿态间的平稳过渡。同样的,在使用机器人对网格曲面的工件进行磨削、平整的过程中,也需要对磨削工具的姿态变化的光顺性进行优化,从而避免磨削工具姿态变化剧烈导致的磨削表面的不均匀及机器人关节电机负荷过大。考虑到四元数插值在姿态过渡上的优势<sup>[15]</sup>:能产生角速度均匀的姿态过渡、计算效率高及算法逻辑清晰,本文以四元数插值作为机器人磨削工具姿态光顺优化策略,实现对三角网格曲面磨削工具的姿态规划。

具体而言,本文将首先对网格曲面的法矢、曲率等局部微分几何信息进行计算,并基于所获得的法矢和曲率信息,指定关键路径点的磨削工具姿

态,最后通过四元数插值的方式对磨削工具姿态进行光顺,从而实现磨削过程中机器人末端运动的优化。

## 1 三角网格曲面的微分几何特性

### 1.1 法矢和曲率估计

曲面的法矢是加工过程中工具姿态调整的重要参考,然而三角网格曲面作为分片线性曲面,在节点处缺少连续的法矢和曲率信息。因此,对网格曲面的机器人磨削工具姿态光顺性优化而言,首先需要对网格曲面的节点处的法矢进行估算。

如图 1 所示,在三角网格下标为*i*的节点*v<sub>i</sub>*处,所对应的法矢*e<sub>i</sub>*可以由该节点星形邻域附近的面片的法矢做面积加权平均得到,记该节点附近的三角面片的面积和法矢分别为*s<sub>i,j</sub>*、*e<sub>i,j</sub>*,*j* = 1, 2, ..., *m*, 具体公式如下。

$$\mathbf{e}_i = \frac{\sum_{j=1}^m s_{i,j} \mathbf{e}_{i,j}}{\sum_{j=1}^m s_{i,j}} \quad (1)$$

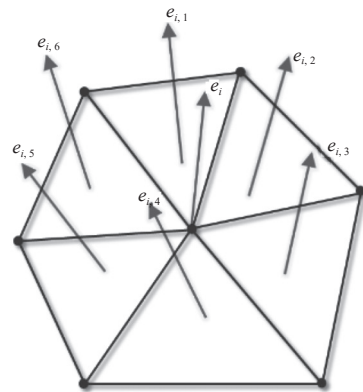


图 1 网格曲面节点的星形邻域

除了法矢之外,三角网格曲面的曲率信息仍待估算。曲率反映了曲面或曲线在该点的弯曲程度,是姿态规划算法的重要依据。

对三角网格曲面的曲率估计,对计算效率要求较高,同时要求其估算的适应能力强,即能够依据精度的要求进行灵活调整。本文采用三次 Be'zier 曲面进行对三角网格曲面的节点进行局部拟合,根据拟合曲面计算相应点的曲率。三次 Be'zier 曲面的表达式

$$C(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 b_{i,j} B_{i,3}(u) B_{j,3}(v) \quad (2)$$

其中:*b<sub>i,j</sub>*为 Be'zier 曲面的控制顶点,*u*、*v*为曲面的参数,*b<sub>i,3</sub>(u)*、*B<sub>j,3</sub>(v)*为 Bernstein 基函数。

为完成三次Be'zier曲面的拟合过程,需要对 $v_i$ 邻域的节点 $Q_j(x_j, y_j, z_j)$ 进行参数化,然后利用最小二乘法求取拟合曲面。本文对节点进行参数化的过程如下。

(1) 计算点集 $Q_j$ 的最小二乘平面

记最小二乘平面的方程为

$$z = a_0x + a_1y + a_2 \quad (3)$$

利用式(4)在极值条件下,计算得到相应的系数和最小二乘平面方程。

$$\begin{cases} S = \sum (a_0x_j + a_1y_j + a_2 - z_j)^2 \\ \frac{\partial S}{\partial a_k} = 0, k = 0, 1, 2 \end{cases} \quad (4)$$

(2) 将节点 $Q_j$ 投影至最小二乘平面上。

(3) 将所得投影点缩放至 $[0, 1] \times [0, 1]$ 的矩形域中,获得 $Q_j$ 对应的参数值 $[u_j, v_j]$ 。

然后,将节点 $Q_j$ 及对应的参数值 $[u_j, v_j]$ 代入式(2)中,获得线性方程组 $AX = B$ ,求解该方程,完成拟合过程。

接着,根据局部拟合得到的Be'zier曲面方程,若经过节点 $v_i$ 的磨削路径曲线为 $r(u(t), v(t))$ ,依据式(5)计算节点 $v_i$ 处的曲率:

$$K = \frac{Ldu^2 + 2Mdu dv + Ndv^2}{Edu^2 + 2Fdu dv + Gdv^2} \quad (5)$$

其中: $K$ 为曲面在该点处的法曲率, $E$ 、 $F$ 、 $G$ 为曲面第一类基本量, $L$ 、 $M$ 、 $N$ 为曲面第二类基本量。

## 1.2 关键路径点的姿态指定

利用等参数法,按步长 $\Delta t$ ,将磨削路径曲线 $r(u(t), v(t))$ 分割成离散的路径点 $r_k(k = 1, 2, \dots, m)$ 。随后利用1.1节中介绍的法矢和曲率估计方法计算每个离散路径点处的法矢 $e_k(k = 1, 2, \dots, m)$ 和曲率 $K_k(k = 1, 2, \dots, m)$ 。基于离散点处的曲率信息,按照以下流程指定关键路径点,并对关键路径点进行姿态指定:

(1) 计算曲率序列 $K_k(k = 1, 2, \dots, m)$ 的平均值。

$$K = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m K_k \quad (6)$$

(2) 计算 $K_c = \bar{K} + \delta(K_{\max} - \bar{K})$ 作为曲率这一特征的阈值,其中 $K_{\max}$ 为曲率序列中的最大值, $\delta \in [0, 1]$ ,由人工指定, $\delta$ 值越接近于1,表明设定的曲率阈值越大。

(3) 遍历曲率序列,将曲率值大于曲率阈值 $K_c$ 的路径点区域视作关键区域 $\{r_{k_1}, r_{k_2}, \dots, r_{k_s}, \dots, r_{k_1}, r_{k_2}, \dots, r_{k_i}\}$ ,并将每个关键区域内曲率值局部最大的路径点视作关键路径点。

(4) 将关键路径点的姿态指定为该点处的法矢。

至此,完成了关键路径点的机器人磨削工具姿态的指定,为后续机器人磨削工具姿态的光顺性优化做好了准备。

## 2 四元数插值和姿态优化

本文采用四元数插值算法对机器人磨削工具姿态的光顺性进行优化,从而获得光顺性良好和过渡均匀的磨削工具姿态。下面介绍四元数插值的具体流程。

四元数是一种具有4个分量的、形如 $q = q_1i + q_2j + q_3k + q_4 = [q_1, q_2, q_3, q_4]$ 的超复数<sup>[16]</sup>,其中 $i, j, k$ 为虚轴单位,满足 $i^2 = j^2 = k^2 = -1$ , $ij = -ji = k$ , $jk = -kj = i$ , $ik = -ki = -j$ 。

对于三维空间中的某一单位矢量 $e_n = [e_{n,i}, e_{n,j}, e_{n,k}]$ ,在四元数空间内可以被表示为一个纯四元数 $E_n = [(e_{n,i}, e_{n,j}, e_{n,k}), 0]$ 。若指定某一固定单位矢量 $e_{ref}$ 作为参考矢量,则由参考矢量 $e_{ref}$ 到单位矢量 $e_n$ 的旋转变换可以被表示为

$$E_n = q_n E_{ref} q_n^* \quad (7)$$

其中: $E_{ref}$ 为参考矢量 $e_{ref}$ 所对应的纯四元数; $q_n^*$ 是 $q_n$ 的共轭四元数, $q_n$ 为由 $e_{ref}$ 到 $e_n$ 所经旋转变换对应的四元数,且该四元数 $q_n$ 的计算公式为

$$\begin{cases} s_n = \frac{e_{ref} \times e_n}{\|e_{ref} \times e_n\|} \\ \theta_n = \arccos(e_{ref} \cdot e_n) \\ q_n = \left[ s_n \sin\left(\frac{\theta_n}{2}\right), \cos\left(\frac{\theta_n}{2}\right) \right] \end{cases} \quad (8)$$

下面利用四元数插值,对章节1中所指定的关键路径点序列 $r_n(n = 1, 2, \dots, N)$ 所对应的姿态序列(即该点的法矢) $e_n(n = 1, 2, \dots, N)$ 进行插值,生成中间矢量作为过渡磨削工具姿态。具体做法如下:

(1) 选取参考矢量 $e_{ref}$ ,并按照式(7)计算 $e_{ref}$ 旋转至姿态序列中每一个姿态 $e_n(n = 1, 2, \dots, N)$ 所对应的四元数 $q_n(n = 1, 2, \dots, N)$ 。

(2) 在所获得的四元数序列中,顺序选取两相邻四元数 $q_n, q_{n+1}(n = 1, 2, \dots, N-1)$ ,按照式(9)进行四元数插值,得

$$q_{m_n} = \frac{\sin((1-t)\theta)}{\sin\theta} q_n + \frac{\sin(t\theta)}{\sin\theta} q_{n+1} \quad (9)$$

式中: $m_n = 1, 2, \dots, M_n; t \in [0, 1]$ 。 $M_n$ 为两关键路径点 $r_n$ 和 $r_{n+1}$ 中间待插值的路径点数目,参数 $[0, 1]$ 可将区间 $[0, 1]$ 经 $M_n$ 等分得到。

(3) 在获得所有路径点的姿态所对应的四元

数后，需要将其转化为该点的姿态。具体做法是，在每个路径点处，按照插值得到的四元数 $q_{m_n}$ ，利用式(7)对参考矢量 $e_{ref}$ 做旋转变换，得到所有中间路径点的姿态 $e_{m_n}$ 。

按照上述流程优化后的磨削工具姿态，如图2所示，可以看到生成的中间磨削工具姿态具有很好的均匀性。

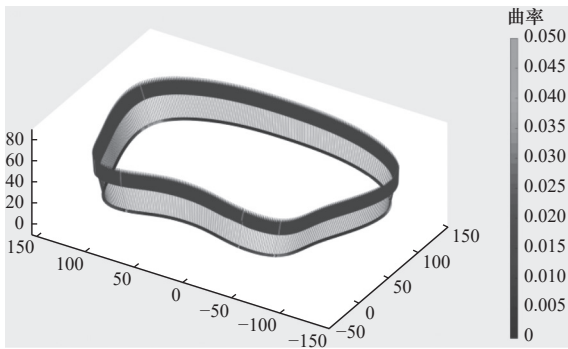


图2 四元数插值产生的磨削工具姿态

### 3 实例验证

图3所示为MATLAB实现磨削姿态规划算法的可视化仿真环境，以及所使用的三角网格曲面。

下面通过与未进行优化的磨削姿态进行对比，以验证本文算法的优越性。注意：未进行优化的磨削姿态指的是，将路径点处的法矢直接作为磨削工

具姿态。基于上述算法流程展开仿真，仿真结果如图4所示。

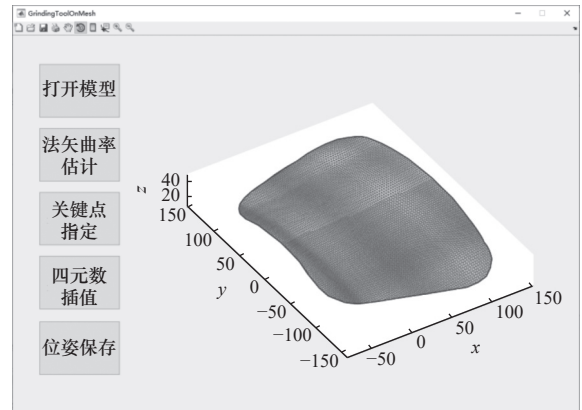


图3 算法的MATLAB界面及三角网格曲面

图5为实验结果，通过对优化前后的磨削工具姿态运动学表现进行对比，以验证运动光顺性是否得到提高。其中，磨削工具姿态运动学表现为：整个运动过程中磨削工具姿态的角速度。

利用向前差分，得到角速度的离散表达形式

$$\omega = f \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{L_i} \quad (10)$$

式中： $\omega$ 为角速度； $f$ 为加工过程中的进给率； $\varphi_i$ 为参数为 $t_i$ 时磨削工具姿态相对于绝对坐标系 $z$ 轴的转角； $L_i$ 为时间 $t_i$ 至 $t_{i+1}$ 内磨削工具末端点移动距离。

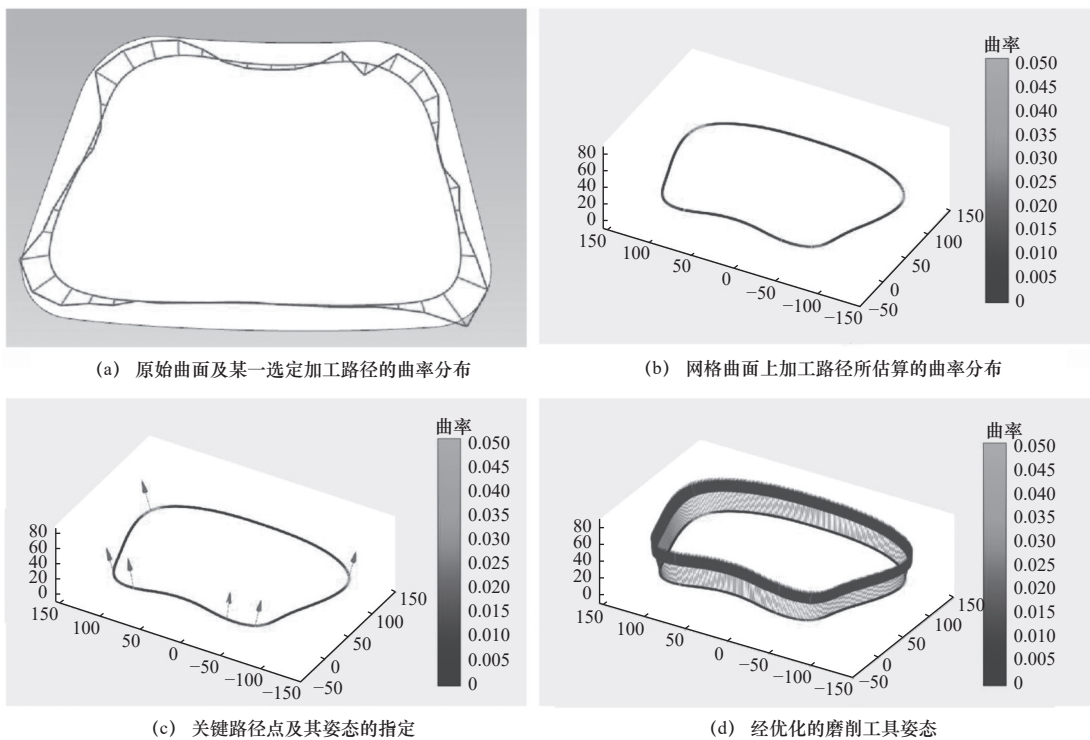


图4 仿真实例



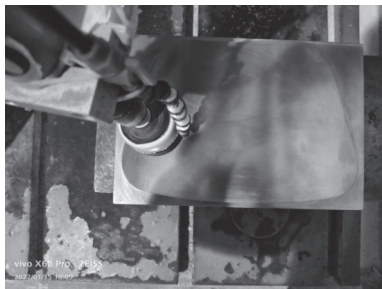


图5 加工实验

图6所示为优化之前与优化之后的角速度曲线。可以看出,角速度的波动与优化之前相比明显降低。

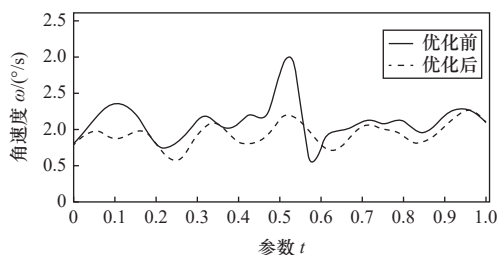


图6 磨削工具姿态的角速度

## 4 结语

本文针对网格曲面磨削过程中遇到的问题,提出了相应的磨削姿态规划,所提出的具体算法具有以下特点:以局部拟合的方式对三角网格曲面进行法矢和曲率估计,并基于所获得的法矢和曲率信息,进行了关键路径点及其姿态的指定。然后,通过对磨削过程中机器人磨削工具姿态进行四元数插值,获得了更好的磨削工具姿态变化的均匀性,从而得到了更好的磨削工具姿态过渡的平稳性。经实例验证,本文所提算法优化后的磨削过程中,磨削工具姿态的角速度差起伏程度下降,波动减少,平稳性提高;同时,曲面的磨削效果更加均匀。

### 参 考 文 献

- [1] 方惠兰,王国瑾.三角网格曲面上离散曲率估算方法的比较与分析[J].计算机辅助设计与图形学学报,2005(11):120-127.
- [2] Li S X, Jerard R B. 5-axis machining of sculptured surfaces with a flat-end cutter[J]. *Computer-Aided Design*, 1994, 26(3): 165-178.
- [3] 孙玉文,刘伟军,王越超.基于三角网格曲面模型的刀位轨迹计算方法[J].机械工程学报,2002,38(10):50-53.
- [4] 徐金亭,刘伟军,卞宏友,等.基于网格曲面模型的等残留刀位轨迹生

成方法[J].机械工程学报,2010,46(11):193-198.

- [5] 周琛,刘威,朱淑梅,等.离散点云等残留高度数控加工刀轨生成方法[J].现代制造工程,2021(4):74-78.
- [6] 徐金亭,牛金波,陈满森,等.精密复杂曲面零件多轴数控加工技术研究进展[J].航空学报,2021,42(10):31-54.
- [7] 陈良骥,赵波,马龙飞,等.三角网格曲面环形刀五轴加工宽行距刀具路径生产方法[J].农业机械学报,2021,52(5):392-403.
- [8] 肖和,杨旭静,郑娟.离散三角网格模型顶点法矢量估算[J].计算机工程与应用,2016,52(19):196-200.
- [9] Mayer U F. Numerical solutions for the surface diffusion flow in three space dimensions[J]. *Computational & Applied Mathematics*, 2001, 20(3): 361-379.
- [10] Hege H C, Polthier K. Discrete differential-geometry operators for triangulated 2-manifolds[J]. *Visualization and Mathematics III*, 2003: 35-57.
- [11] Lu Y A, Wang C Y, Sui J, et al. Smoothing rotary axes movements for ball-end milling based on the gradient-based DE algorithm[J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2018, 140(12): 121008.
- [12] Wang Q R, Feng Y X, Zhang Z X, et al. Tool orientation sequence smoothing method based on the discrete domain of feasible orientations[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017(92): 4501.
- [13] Zhang Y, Xu R F, Li X, et al. A tool path generation method based on smooth machine rotary angle and tilt angle in five-axis surface machining with torus cutters[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2020(107): 4261-4271.
- [14] Huang K T, Zhang Z, Gong H, et al. Constructing smooth tool orientation field based on radial basis function for 5-axis machining[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 91(1-4): 1369-1379.
- [15] Ho M C, Hwang Y R, Hu C H. Five-axis tool orientation smoothing using quaternion interpolation algorithm[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2003, 43(12): 1259-1267.
- [16] 刘俊峰.三维转动的四元数表述[J].大学物理,2004(4):39-43,62.

第一作者:金鑫,男,1989年生,硕士,工程师,研究方向为数控和运动控制技术。E-mail: [jinxin649@163.com](mailto:jinxin649@163.com)

通信作者:刘其广,男,1977年生,硕士,高级工程师,研究方向为数控和运动控制技术。E-mail: [hebeiqig\\_liu@sina.com](mailto:hebeiqig_liu@sina.com)

(编辑 张博宇)

(收稿日期:2022-02-21)

文章编号:20220908

如果您想发表对本文的看法,请将文章编号填入读者意见调查表中的相应位置。